

Meta 分析中几种常用效应值的介绍^{*}

郑凤英, 彭少麟

(中国科学院华南植物研究所, 广东 广州 510650)

摘 要: 效应值是定量 Meta 分析中的结合统计量, 其计算方法主要依赖于对原文献数据的获取程度, 介绍并比较适合 3 种原文献数据报道形式的几种效应值的计算方法。

关键词: 效应值; Meta 分析

中图分类号: Q-332 **文献标识码:** A **文章编号:** 1008-8873 (2001)01_2-0081-04

Meta 分析是当今比较流行的一种对同一主题下多个独立实验结果进行综合的统计学方法, 在医学、社会学等学科应用较广, 20 世纪 90 年代被引入生态学界, 受到生态学家们的高度重视。我们曾对 Meta 分析的发展历史及分析过程作了较为详细的介绍^[1], 也做了实例分析^[2]。Meta 分析可分为定性 Meta 分析和定量 Meta 分析两部分, 其中定量 Meta 分析又有多种方法, 方法的不同之处主要在于结合统计量 (效应值) 和统计假设的不同。由于所综述的原文献数据报道方式不同, 所以在实际分析中, 许多分析者感到在选取效应值时较为困难, 其实效应值的计算方法主要依赖于对原文献数据的获取程度。对大多数文献而言, 其报道数据的方式不外乎以下 3 种: 以实验组和对照组的平均值、样方大小和标准差来报道; 以 2 × 2 列联表形式来报道; 或只给出假设检验统计量如 *t*-值、*F*-值等。所以本文主要介绍并比较适应这 3 种数据且使用频率较高的几种效应值的计算方法。

1 适用于原文献结果的几种效应值

结果数据常以平均值、样方大小和标准差报道, 这种报道方式在社会学及生物学实验中是最常见的, 对于这类数据, 效应值的计算宗旨是得出实验组和对照组的差值, 最常见的便是标准化的平均值差, 它的估计值有以下几种计算方法。

1.1 Gass 估计值

$$= (X_e - X_c) / S_c \quad (1)$$

其方差为

$$V = \frac{N_c + N_e}{N_c N_e} + \frac{2}{2(N_c - 1)} \quad (2)$$

其中, X_e , X_c 分别为实验组和对照组的平均值, S_c 为对照组的标准差, N_e , N_c 分别实验组和对照组的样本数。

这个计算方法是 Gass 提出的^[3], 虽然它有明显的缺点, 即只用对照组的标准差来标

* 基金项目: 国家自然科学基金重大项目资助项目 (39899370); 中国科学院重大资助项目 (K2951-B1-110); 广东省自然科学基金资助项目 (980952); 广东省团队资助项目 (003031)

收稿日期: 2001-02-12; 作者简介: 郑凤英 (1973-), 女, 博士生。

准化两组的平均值差, 当实验组和对照组没有共同的方差时, 这样标准化均值差明显是不妥的。但它是现代 Meta 分析中的第一个效应值公式, 为以后的效应值计算方法的出现奠定了基础。

1.2 Hedges 估计值 g

Hedges 对 Glass 的估计值进行了修改^[4], 用实验组和对照组的混合方差 S 来标准化平均值差, 得出了 Hedges 的 g 值。

$$g = (X_e - X_c) / S \quad (3)$$

$$S = \sqrt{\frac{(N_e - 1)(S_e)^2 + (N_c - 1)(S_c)^2}{N_e + N_c - 2}} \quad (4)$$

其方差为

$$V_g = \frac{N_c + N_e}{N_c N_e} + \frac{g^2}{2(N_c + N_e - 2)} \quad (5)$$

其中, S_e 为实验组的标准差, 其它代号同上。

1.3 Hedges 估计值 d

虽然 Hedges 的 g 克服了 Glass 的缺点, 但当样本含量较小时, 它会表现出明显的偏差, 于是 Hedges 在 1985 年又增加了 J 来校正偏差^[5], 新的统计量称为 Hedges 的 d 值。

$$d = \frac{(X_e - X_c)}{S} J \quad (6)$$

$$J = 1 - \frac{3}{4(N_c + N_e - 2) - 1} \quad (7)$$

其方差为

$$V_d = \frac{N_c + N_e}{N_c N_e} + \frac{d^2}{2(N_c + N_e)} \quad (8)$$

这样当样本含量大于等于 5 时, d 值就可以很好地表达实验组和对照组间的差别。

1.4 反应比 (response ratio, $\ln R$)

Hedges 在 1999 年又构造了适用性更强的效应值, 即反应比 ($\ln R$)^[6], 其计算式如下:

$$\ln R = \ln\left(\frac{X_e}{X_c}\right) = \ln X_e - \ln X_c \quad (9)$$

其方差为

$$V_{\ln R} = \frac{S_e^2}{N_e X_e^2} + \frac{S_c^2}{N_c X_c^2} \quad (10)$$

$\ln R$ 比 Hedges 的 d 值适用性更强, 因为对于大多数对比实验而言, 计算比值比计算差值更有意义。

以上 4 个效应值的大小都在 - 和 + 之间, 如果它等于 0, 说明所考察因素并未引起实验组与对照组对象之间的差异; 如果它大于 0, 则说明所考察因素对实验对象产生正效应; 小于 0 则表明所考察因素对实验对象产生负效应。

2 适用于原文献由 2 × 2 列联表给出结果的几种效应值

对于有些实验, 其结果是用 2 × 2 列联表形式 (如表 1) 给出的, 如研究吸烟与肺癌的关系。

表 1 2 × 2 列联表

项目	实验组	对照组	总数
反应数	A	B	A+B
未反应数	C	D	C+D
总数	$N_t = A + C$	$N_c = B + D$	$N = A + B + C + D$

$$\text{实验组研究对象对某一因素的反应率 } P_t = A / N_t \quad (11)$$

$$\text{对照组研究对象对这一因素的反应率 } P_c = B / N_c \quad (12)$$

用 P_t 和 P_c 可以构造多个效应值, 下面我们着重介绍常用的 2 个。

2.1 比率差 (rate difference, RD)

比率差是医学中常用的一个效应值^[7], 计算如下:

$$RD = P_t - P_c \quad (13)$$

其方差为

$$V_{RD} = \frac{P_t(1 - P_t)}{N_t} + \frac{P_c(1 - P_c)}{N_c} \quad (14)$$

比率差的优点在于易于计算和理解, 其缺点是它的变化范围受 P_t 和 P_c 大小的影响较大, 即当 P_t 和 P_c 有一个接近 0, 另一个接近 1 时, RD 值就偏大, 而当它们都接近 0.5 时, RD 值就偏小, 这会造成独立研究间的异质性增加现象^[8]。

2.2 相对比率 (relative rate, RR)

相对比率也是医学中常用的一个效应值, 它克服 RD 的上述缺点^[7]。

$$RR = P_t / P_c \quad (15)$$

其方差为

$$V_{RR} = \frac{(1 - P_t)}{N_t P_t} + \frac{(1 - P_c)}{N_c P_c} \quad (16)$$

当 $RR = 1$ 时, 表明考察因素对实验组与对照组产生的影响相同; 当 $0 < RR < 1$ 时, 说明考察因素对实验组的影响要比对照组大; 当 $RR > 1$ 时, 考察因素对实验组的影响要比对照组的小。

3 适用于原文献只给出统计值的几种效应值

在 Meta 分析的实际操作中, 我们会常常碰到这种情况, 大部分文献所报道的数据不足以用来计算上述几个效应值, 尤其是样本含量和标准差常常被作者省略掉。但许多作者却会报道统计检验的 F - 值、 t - 值和 χ^2 , 它们可以被转化为相关系数^[9], 再用来构造效应值。

表 2 几种统计量与相关系数 (r) 的转换式¹⁾

统计量	t	F	χ^2
转换方程	$r = \frac{t}{\sqrt{t^2 + df}}$	$r = \frac{\sqrt{F}}{\sqrt{F + df}}$	$r = \frac{\sqrt{\chi^2}}{\sqrt{N_e + N_c}}$

1) μ 为正态分布中的检验统计量;

在 t -检验中, $df = N_c + N_e - 2$;

在 F -检验中, $df = N_c + N_e - 1$

用 Fisher 的 z -转换法可由相关系数计算效应值^[10]。

$$z = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1+r}{1-r} \right) \quad (17)$$

其方差为

$$V_z = \frac{1}{(N_e + N_c) - 3} \quad (18)$$

z 的大小范围在 $-$ 和 $+$ 之间, 负值代表负效应, 正值代表正效应, 等于 0 时无效应。用这种效应值的好处便是对原文献的数据报道要求不像前两类效应值那样高。

目前在生态学领域中, 应用最广的为 Hedges 的 d 值及反应比 $\ln R$, 在医学领域中比率差和相对比率应用较多。Meta 分析的设计者应根据自己拟解决的问题及原文献所提供的数据来确立最适合的效应值, 使得分析能最大限度地利用所搜索到的文献, 做到综述全面, 又能使效应值能更好地解释分析者所要解决的问题。如在进行大气 CO_2 倍增对植物生物量影响的 Meta 分析中, $\ln R$ 要比 d 更适用, 因为 $\ln R$ 效应值容易被换算成生物量的增加率。

参考文献:

- [1] 彭少麟, 郑凤英. Meta 分析: 综述中的一次大革命[J]. 生态学杂志, 1999, 18(6): 65 - 70.
- [2] 郑凤英, 彭少麟. 捕食关系的 Meta 分析[J]. 生态学报, 1999, 19(4): 448 - 452.
- [3] GLASS G V. Primary, secondary and meta-analysis of research[J]. Educational Researcher, 1976, 5: 3 - 8.
- [4] HEDGES L V. Distribution theory for Glass' s estimator of effect size and related estimators[J]. J Educational Statistics, 1981, 6: 107 - 128.
- [5] HEDGES L V, OLKIN I. Statistical methods for Meta-analysis[M]. New York: Academic Press, 1985.
- [6] ROSENBERG M S, ADAMS D C, GUREVITCH J C. MetaWin: statistical software for Meta-analysis with resampling tests[M]. Verion 1.0. Sinauer Associates, Sunderland Massachusetts. 1997.
- [7] NORMAND S L T. Meta - analysis: formulating, evaluating, combining, and reporting[J]. Statistics in Medicine, 1999, 18: 321 - 359.
- [8] FRIEDMAN H. Magnitude of experimental effect and a table for its rapid estimation[J]. Psychological Bulletin, 1968, 70: 245 - 251.
- [9] FLEISS J L. Measures of effect size for categorical data[A]. In: COOPER H, HEDGES L V, eds. The handbook of research dnythesis[M]. New York: Russell Sage Foundation, 1994. 125 - 260.
- [10] FISHER R A. Statistical methods for research worders[M]. 2nd ed. London: Olover and Boyd, 1932.

Introduction to Connonly Used Effect Sizes in Meta-analysis

ZHENG Feng-ying, PENG Shao-lin

(South China Institute of Botany, Academia Sinica, Guangzhou 510650, China)

Abstract: Effect size is the statistic in quantitative Meta-analysis, the calculation of which depends on primarily the data available from the original studies. Because the data from original studies are presented in different forms, methods for calculating effect sizes were developed for these different types of primary data. These effect sizes suited to three different types of data were introduced and compared.

Key words: effect size; Meta-analysis